受験番号

2023 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　　学

（その１）

次の $\boxed{\quad}$ の中に正しい答えを入れなさい．

【１】　（１）$(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5})(-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}) =$ $\boxed{\quad}$

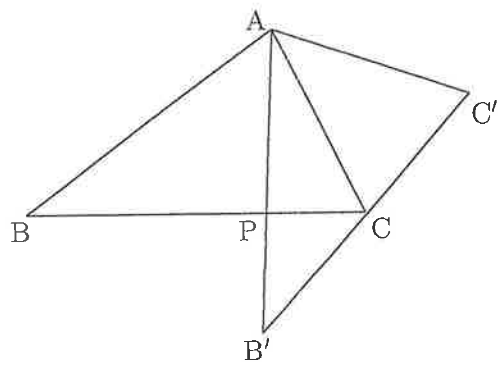
（２）　a, b を正の数とする．x と y の連立方程式 $\begin{cases} ax-y=4 \\ x+by=7 \end{cases}$ の解を a と b を用いて表すと，

$x =$ $\boxed{\quad}$ ，$y =$ $\boxed{\quad}$ である．

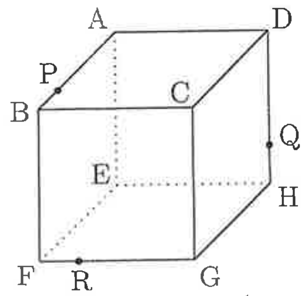
（３）　1 から 5 までの整数が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードがある．この中から 3 枚を選んで横一列に並べて 3 桁の整数をつくるとき，この整数が偶数となる確率は $\boxed{\quad}$ であり，3 の倍数となる確率は $\boxed{\quad}$ である．

（４）　AB = 10, BC = 11 の三角形 ABC を，点 A を中心に回転させたものを三角形 AB′C′ としたところ，右の図のように 3 点 B′, C, C′ が一直線上になった．また，BC と AB′ の交点を P とするとき，BP = 8, AP > PB′ となった．このとき，AP の長さは $\boxed{\quad}$ で，

三角形 ACC′ の面積は $\boxed{\quad}$ である．



（５）　右の図において，ABCD-EFGH は 1 辺の長さが 4 の立方体で，AP = 3, FR = 1 であり，Q は辺 DH 上を自由に動く点である．この立方体の内部を通る経路で，P から Q を通って R に至るもののうち，最短の長さは $\boxed{\quad}$ である．



【２】　右の図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-2x-\frac{3}{2}$ が 2 点 A, B で交わっている．放物線上に点 C$(t,\ \frac{1}{2}t^2)$（ただし $t>0$）をとって，平行四辺形 ABCD をつくったところ，辺 AD の中点 E が放物線上にあった．

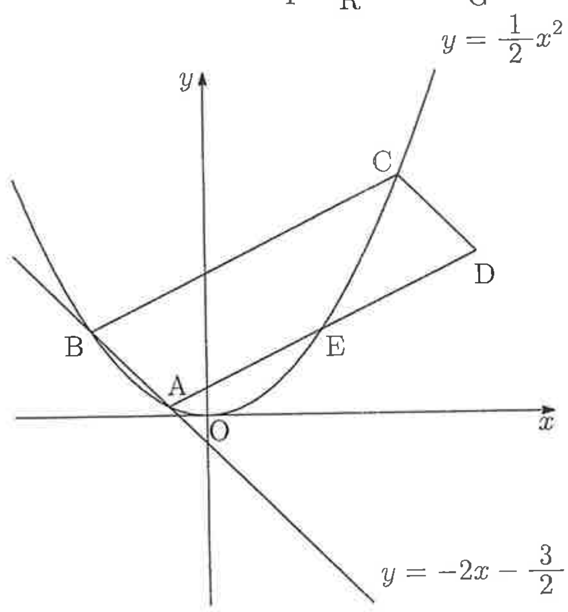
（１）　点 A の x 座標は $\boxed{\quad}$ ，点 B の x 座標は $\boxed{\quad}$ である．

（２）　点 E の x 座標を t で表すと $\boxed{\quad}$ となり，したがって

$t =$ $\boxed{\quad}$ となる．

（３）　原点 O を通り，平行四辺形 ABCD の面積を二等分する直線の式は

$y =$ $\boxed{\quad}$ である．



数　　学

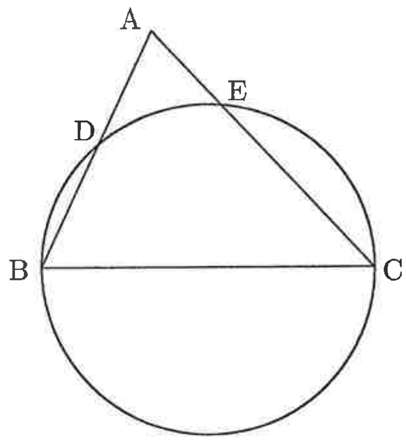
【3】 0 以上の整数 x に対して，x を 3 で割った余りを $f(x)$ と表すこととする．たとえば，$f(11)=2$，$f(24)=0$ である．

（1） $f(1024)=$ ［　　　］，$f(1024\times 1025)=$ ［　　　］ である．

（2） $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2023)=$ ［　　　］ である．

（3） $f(f(2023^2)\times f(71))+f(2023)\times f(71^2)=$ ［　　　］ である．

【4】 右の図のように，三角形 ABC があり，辺 BC を直径とする円と 2 点 D, E で交わっている．
AB $=4$，BC $=4\sqrt{3}$ で，点 D は辺 AB の中点である．



（1） 三角形 ABC と三角形 AED は相似であることを証明せよ．

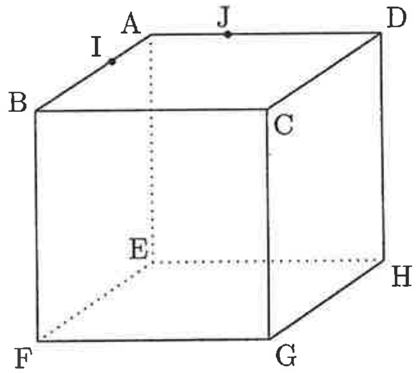
（証明）

（2） 三角形 AED は二等辺三角形であることを証明せよ．

（証明）

（3） AE の長さは ［　　　］ であり，三角形 AED の面積は ［　　　］ である．

【5】 右の図において，ABCD-EFGH は 1 辺の長さが 6 の立方体で，AI $=$ AJ $=2$ である．



（1） 3 点 I, J, F を通る平面でこの立方体を切ったとき，点 A を含む方の立体の体積は
［　　　］ であり，切り口の面積は ［　　　］ である．

（2） 点 E からこの切り口の平面に下ろした垂線の長さは ［　　　］ である．