受験番号

2023 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　学

（その１）

次の $\boxed{\quad}$ の中に正しい答えを入れなさい．

【１】（1）$(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5})(-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}) = \boxed{\quad}$

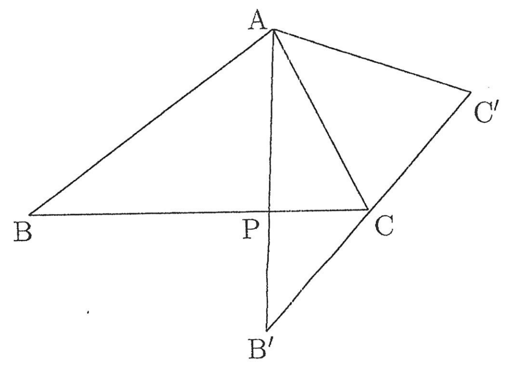
（2）a, b を正の数とする．x と y の連立方程式 $\begin{cases} ax - y = 4 \\ x + by = 7 \end{cases}$ の解を a と b を用いて表すと，

$x = \boxed{\quad}$，$y = \boxed{\quad}$ である．

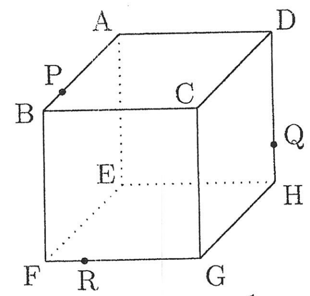
（3）1 から 5 までの整数が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードがある．この中から 3 枚を選んで横一列に並べて 3 桁の整数をつくるとき，この整数が偶数となる確率は $\boxed{\quad}$ であり，3 の倍数となる確率は $\boxed{\quad}$ である．

（4）$\mathrm{AB} = 10$, $\mathrm{BC} = 11$ の三角形 ABC を，点 A を中心に回転させたものを三角形 $\mathrm{AB'C'}$ としたところ，右の図のように 3 点 $\mathrm{B'}$, C, $\mathrm{C'}$ が一直線上になった．また，BC と $\mathrm{AB'}$ の交点を P とするとき，$\mathrm{BP} = 8$, $\mathrm{AP} > \mathrm{PB'}$ となった．このとき，AP の長さは $\boxed{\quad}$ で，

三角形 $\mathrm{ACC'}$ の面積は $\boxed{\quad}$ である．



（5）右の図において，ABCD-EFGH は 1 辺の長さが 4 の立方体で，$\mathrm{AP} = 3$, $\mathrm{FR} = 1$ であり，Q は辺 DH 上を自由に動く点である．この立方体の内部を通る経路で，P から Q を通って R に至るもののうち，最短の長さは $\boxed{\quad}$ である．



【２】右の図のように，放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 $y = -2x - \frac{3}{2}$ が 2 点 A, B で交わっている．放物線上に点 $\mathrm{C}(t,\ \frac{1}{2}t^2)$（ただし $t > 0$）をとって，平行四辺形 ABCD をつくったところ，辺 AD の中点 E が放物線上にあった．

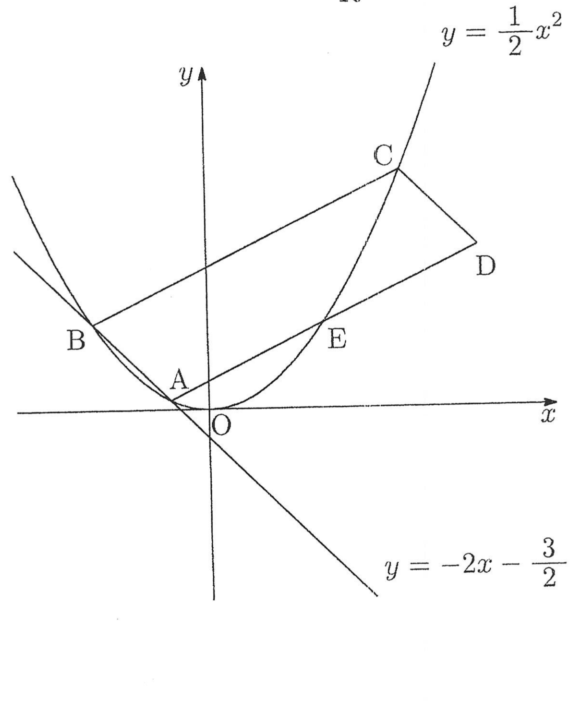
（1）点 A の x 座標は $\boxed{\quad}$，点 B の x 座標は $\boxed{\quad}$ である．

（2）点 E の x 座標を t で表すと $\boxed{\quad}$ となり，したがって

$t = \boxed{\quad}$ となる．

（3）原点 O を通り，平行四辺形 ABCD の面積を二等分する直線の式は

$y = \boxed{\quad}$ である．



数　学

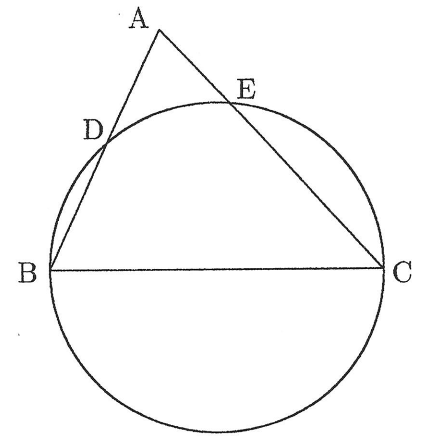
【3】 0 以上の整数 x に対して，x を 3 で割った余りを $f(x)$ と表すこととする．たとえば，$f(11)=2$，$f(24)=0$ である．

（1） $f(1024)=$ $\boxed{}$ ，$f(1024\times1025)=$ $\boxed{}$ である．

（2） $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2023)=$ $\boxed{}$ である．

（3） $f(f(2023^2)\times f(71))+f(2023)\times f(71^2)=$ $\boxed{}$ である．

【4】 右の図のように，三角形 ABC があり，辺 BC を直径とする円と 2 点 D, E で交わっている．
$AB=4$，$BC=4\sqrt{3}$ で，点 D は辺 AB の中点である．



（1） 三角形 ABC と三角形 AED は相似であることを証明せよ．

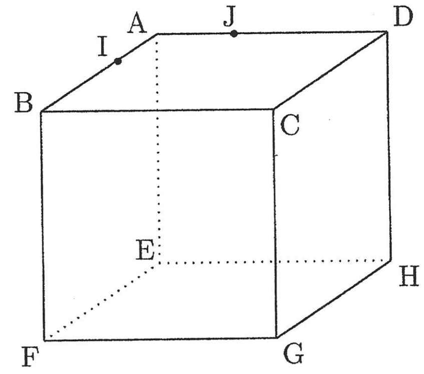
(証明)

（2） 三角形 AED は二等辺三角形であることを証明せよ．

(証明)

（3） AE の長さは $\boxed{}$ であり，三角形 AED の面積は $\boxed{}$ である．

【5】 右の図において，ABCD-EFGH は 1 辺の長さが 6 の立方体で，$AI=AJ=2$ である．



（1） 3 点 I, J, F を通る平面でこの立方体を切ったとき，点 A を含む方の立体の体積は $\boxed{}$ であり，切り口の面積は $\boxed{}$ である．

（2） 点 E からこの切り口の平面に下ろした垂線の長さは $\boxed{}$ である．