

受験番号

2024 年度 大阪星光学院高等学校 入学試験問題

数 学

(その 1)

次の の中に正しい答えを入れなさい。

- 【1】 (1) $x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ のとき, $x^2 - 2x + 5$ の値は である。

- (2) ある工場では 2 種類の製品 A, B を生産しており, 製品 A, B の個数の比は 7 : 6 である。また, それぞれの不良品の個数の比は 5 : 3 であり, 不良品でないものの個数の比は 9 : 8 である。製品 A について, 不良品と不良品でないものの個数の比を最も簡単な整数の比で表すと : である。

- (3) 右の図1の正三角柱と図2の正六角柱において, 上面の各頂点を点 P が, 下面の各頂点を点 Q が, それぞれ反時計回りに動く。大小 2 つのサイコロを同時に投げ, 大, 小のサイコロの目と同じ数だけそれぞれ P, Q が各頂点を動くものとする。

図1において, P は A から, Q は D からそれぞれ出発するとき, 直線 PQ と直線 BE がねじれの位置にある確率は である。また,

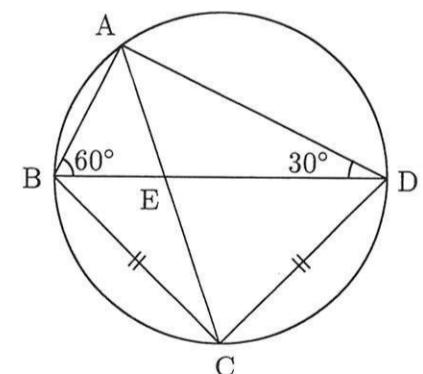
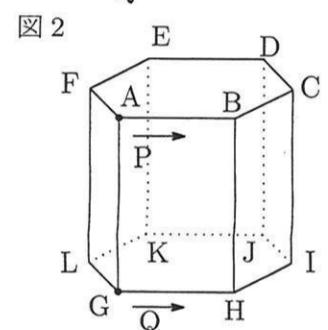
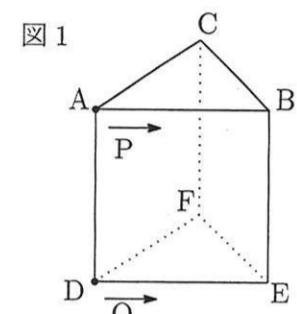
図2において, P は A から, Q は G からそれぞれ出発するとき, 直線 PQ と直線 DJ がねじれの位置にある確率は である。

- (4) $[x]$ を x の整数部分とする。例えば, $[3.72] = 3$, $[\sqrt{5}] = 2$ である。このとき,

$[\sqrt{2024}] = \boxed{44}$ であり, $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \cdots + [\sqrt{72}] = \boxed{380}$ である。

- (5) 右の図において, $AE = \sqrt{6}$ のとき,

円の半径は で, $CE = \boxed{2\sqrt{2}}$ である。



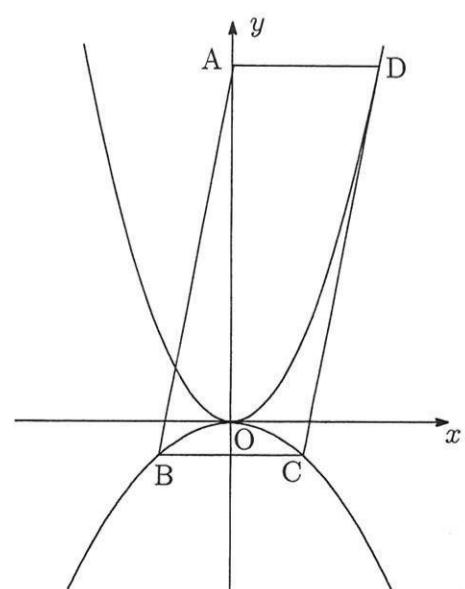
- 【2】 右の図のように, 関数 $y = 2x^2$ …①と $y = -\frac{1}{2}x^2$ …②のグラフがある。y 軸上に y 座標が正となる点 A, ②のグラフ上に x 座標が負となる点 B, 正となる点 C, ①のグラフ上に x 座標が正となる点 D をとると, 四角形 ABCD は AD と BC がともに x 軸と平行である平行四辺形となった。

- (1) 点 A の y 座標が 10 であるとき, 点 C の座標は $\left(\boxed{\frac{\sqrt{5}}{2}}, \boxed{-\frac{5}{8}} \right)$ である。

- (2) 原点を通る直線 $y = \frac{15\sqrt{2}}{4}x$ が平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分するとき,

点 C の座標は $\left(\boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2}}, \boxed{-\frac{1}{4}} \right)$ である。

- (3) 平行四辺形 ABCD がひし形であるとき, 点 C の x 座標は $\boxed{\frac{2\sqrt{3}}{17}}$ である。



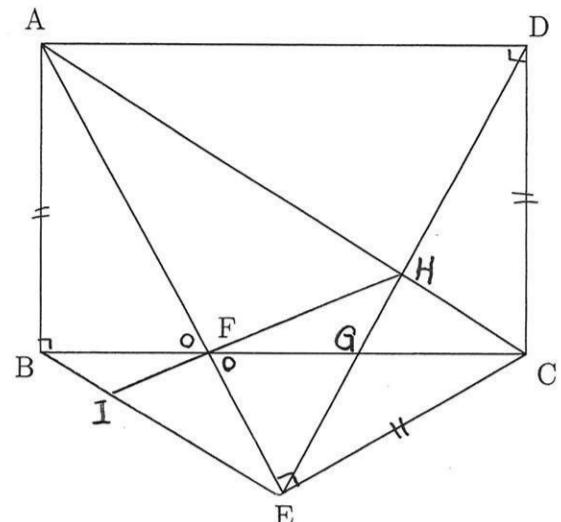
数 学

(その 2)

【3】 右の図のように、長方形 ABCD があり、対角線 AC を折り目として折ったときに、頂点 D が移る点を E とし、BC と AE の交点を F とする。

(1) $\triangle ABF$ と $\triangle CEF$ は合同であることを証明せよ。

(証明) $\triangle ACE$ は AC を折り目として $\triangle ACD$ を折り返しているので
 $\triangle ACE \cong \triangle ACD$ より $CE = CD$, $\angle AEC = \angle ADC = 90^\circ$
また長方形 ABCD の $AB = CD$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$
 $\triangle ABF$ と $\triangle CEF$ において
 $AB = CD = CE$
 $\angle ABF = \angle CEF = 90^\circ$
 $\angle AFB = \angle CFE$ (対頂角)
残りの1つの内角も等しく
 $\angle BAF = \angle ECF$
よって 1辺と両端の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABF \cong \triangle CEF$



(2) BC と DE の交点を G とするとき、 $FG : GC = 1 : 2$ であった。このとき、 $BG : GC = \boxed{1} : \boxed{1}$ である。

(3) さらに、AC と DE の交点を H とし、HF の延長と BE の交点を I とする。

このとき、 $HF : HI = \boxed{3} : \boxed{4}$ である。

【4】 2つの2桁の正の整数 X と Y がある。 X の十の位の数と一の位の数を入れかえたものが Y である。ただし、 $X > Y$ とする。

(1) $X + Y = 77$ のとき、 X の値をすべて求めると 43, 52, 61 である。

(2) $X^2 - Y^2 = 4455$ のとき、 X の値をすべて求めると 72, 96 である。

(3) $XY = 1612$ のとき、 X の値をすべて求めると 62 である。

【5】 右の図のような1辺の長さが4の立方体 ABCD-EFGH について、

(1) 4点 A, C, F, H を結んでできる立体の体積は $\frac{64}{3}$ である。

(2) 4点 A, C, F, H を結んでできる立体と 4点 B, D, E, G を結んでできる立体とが重なった部分の

立体の名称は (正)八面体 で、その体積は $\frac{32}{3}$ である。

